

Matemática 5to primera.

Propuesta 8:

¡Hola! ¿Cómo andas? Espero que bien.

Soy Clarisa nuevamente.

A continuación, te dejo una explicación en formato audiovisual y por escrito de como graficar funciones lineales a partir de la pendiente y la ordenada en el origen como también las variaciones de la gráfica según estos conceptos.

También aprenderás a encontrar la ecuación de una recta dada su gráfica.

Función:

Una función es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que a cada valor de la primera corresponde un único valor de la segunda.

Función lineal o afín:

Explicación audiovisual:

<https://youtu.be/sQlyTmvvth4>

Explicación por escrito:

Una función lineal es una función polinómica de primer grado, es decir, una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta.

Las funciones lineales, son aquellas funciones de proporcionalidad directa de la forma : $F(x) = m \cdot x$. Estas funciones se llaman también de Proporcionalidad directa.

En cambio, las funciones afines son una forma más general: $F(x) = a \cdot x + b$, en las que tenemos un valor “b” además de una constante que multiplica a la “x”.

Esta diferencia hace simplemente a cómo llamamos a las funciones (ya que los cálculos que hagamos y la gráfica no van a influir en nada en cuanto a esta diferencia en el nombre), aunque como se usa mucho el término “función lineal”, es común nombrarlas de esta manera, pero quería aclarar esta sutil diferencia para que tengas en cuenta.

Aclarado este punto vamos a comenzar a estudiar las funciones afines o su forma particular de funciones lineales a continuación.

Retomemos la fórmula de función afín para conocer qué elementos la componen:

$$F(x) = m \cdot x + b$$

Pendiente

Ordenada al origen

Donde **m** y **b** son números reales, **x** identifica a la variable independiente y **f(x)** representa el valor obtenido al reemplazar **x** por algún valor en el lado derecho de la igualdad, es decir, **f(x)** es la imagen de **x**. La expresión **f(x)** puede reemplazarse por la letra **y** que representa a la variable dependiente de la función. Así la expresión del recuadro anterior, también se puede escribir: **y = m . x + b**

A modo de ejemplo volvamos a la situación problemática dada en la clase anterior; para resolver cada punto utilizaste una fórmula y luego expresaste cual fue, llegando a lo siguiente: $f(x) = 600 \cdot x + 2.000$. Ésta es la expresión de una función lineal.

Podemos observar en que en la fórmula el valor **m** es llamado pendiente, y el valor **b** ordenada al origen. Pero, ¿Qué es la pendiente? y ¿Qué es la ordenada?

La pendiente: Este valor lo que nos indica es la inclinación de la recta.

La ordenada al origen: Es el valor que toma “y” cuando “x=0”, este valor nos indica donde la recta corta al eje Y.

Este fue un breve repaso de este tipo de funciones ya que las has trabajado en años anteriores. Así que espero que las recuerdes para seguir adelante...

Cuándo te encuentras con una función y debes graficar la misma ¿Cómo lo haces?

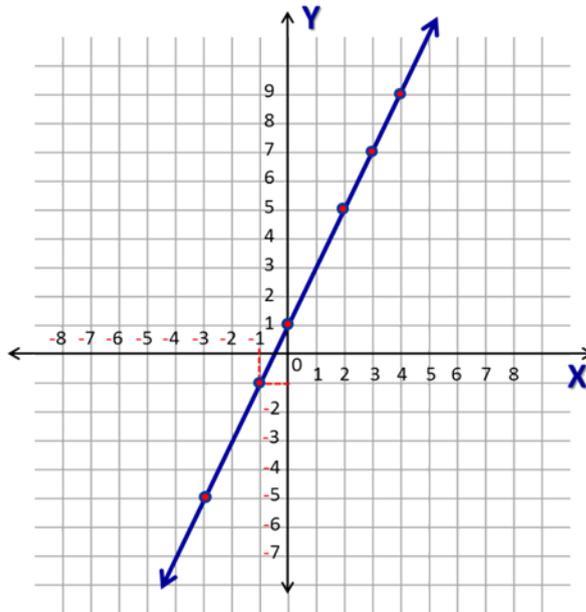
Normalmente recurrimos a usar la tabla de valores, en donde le damos valores a **x** y reemplazamos en la función obteniendo el valor de **y** o **f(x)**.

Te dejo un ejemplo a modo de recordatorio de la tabla de valores y como volcamos los puntos obtenidos en la gráfica:

$$y = 2x + 1$$

x	y
---	---

-3	-5
-1	-1
0	1
2	5
3	7
4	9



¿Pudiste recordar? ¡Espero que sí!

Lo que te voy a enseñar a partir de acá es otra manera de graficar este tipo de funciones con dos puntos.

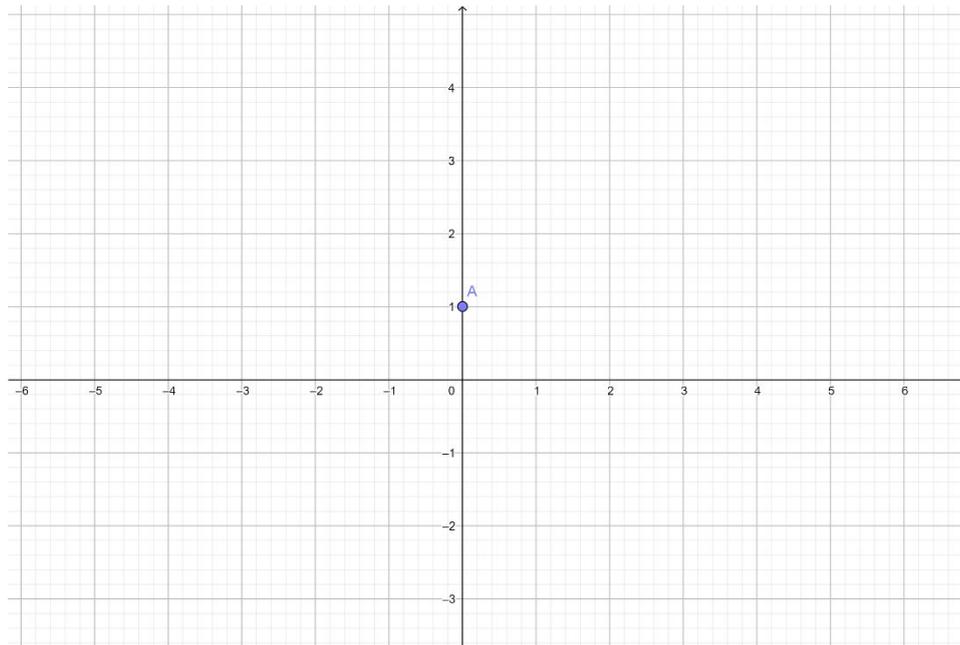
Tan solo identificando la pendiente y la ordenada al origen podemos graficar funciones lineales.

Para enseñarte este método voy a utilizar la misma función del recuadro anterior:

Grafiquemos la recta $y = 2x + 1$

Paso 1: Identificamos la pendiente y la ordenada al origen: $m = 2$; $b = 1$

Paso 2: Debemos ubicar la ordenada al origen, porque sabemos que la recta va a cortar al eje Y en ese punto, por lo tanto, ya tenemos un punto de partida para graficar la recta. Marcamos entonces el 1 sobre el eje Y.



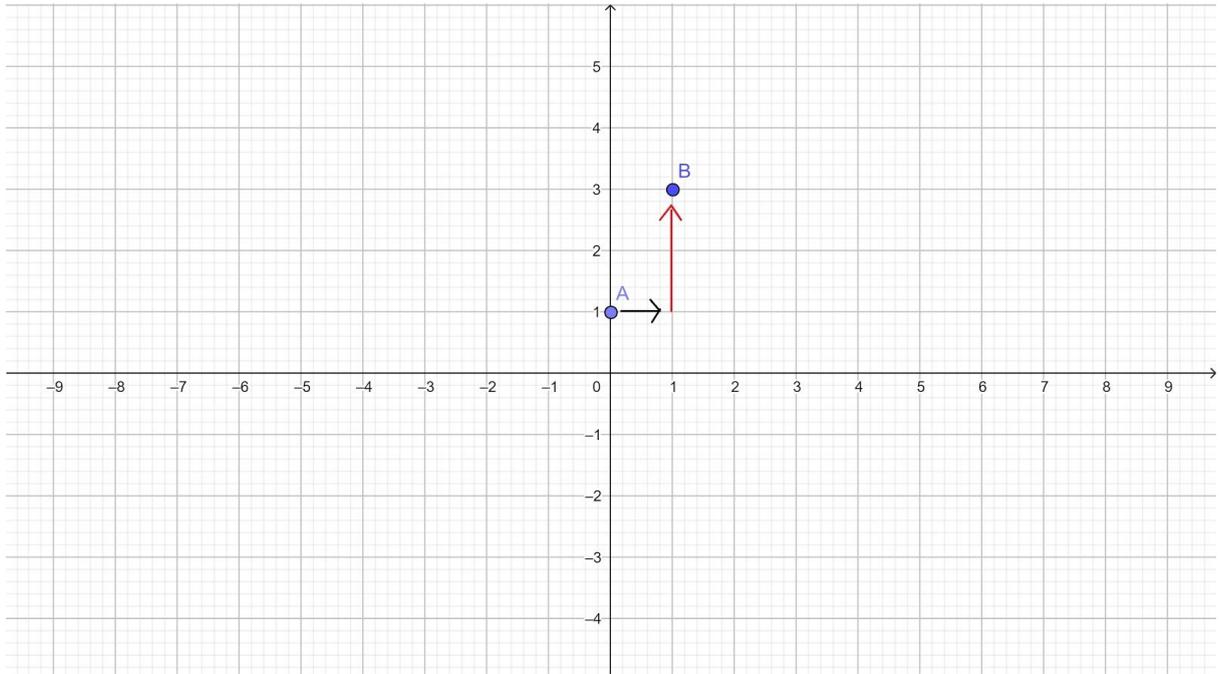
Paso 3: A partir del punto marcado vamos a ubicar otro según la pendiente.

Me paro sobre el punto marcado, como la pendiente es 2 voy a tener en cuenta el denominador de todo número entero que es 1. Quedándonos expresada la pendiente de la de la siguiente manera: $\frac{2}{1}$.

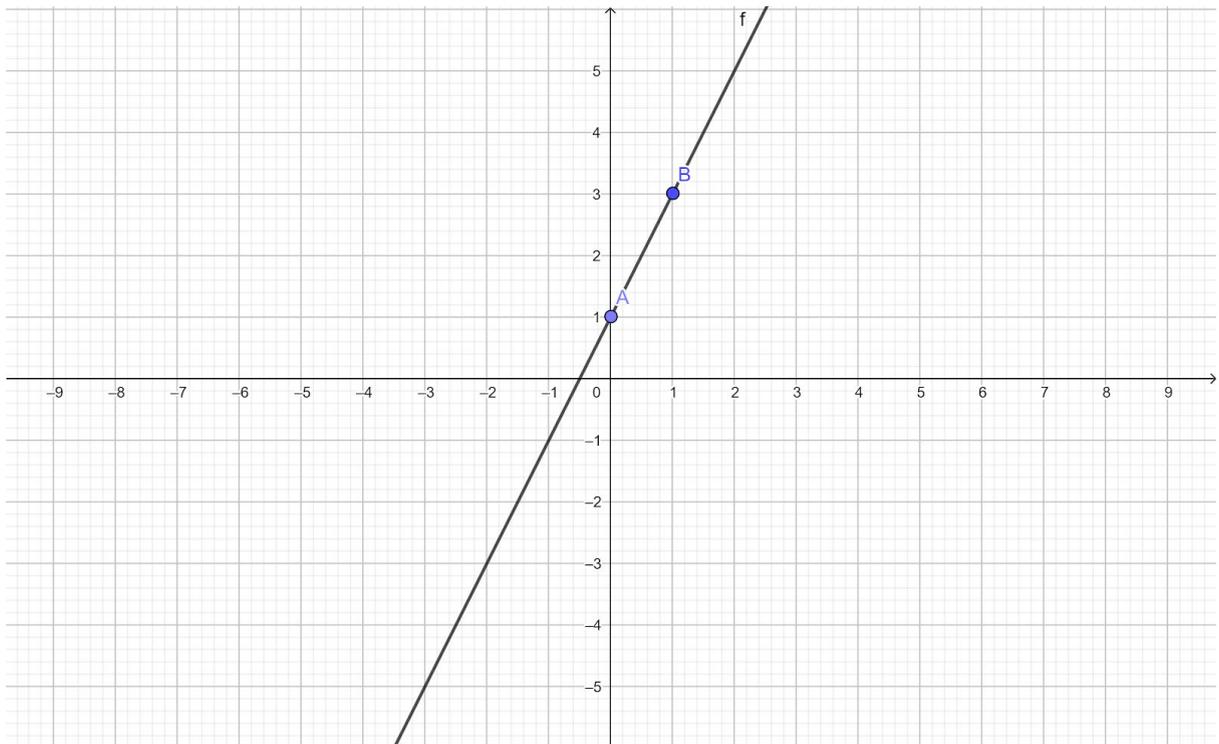
El denominador nos indica cuántas unidades debemos desplazarnos sobre el eje **x**, y el numerador cuantas unidades voy a subir o bajar (dependiendo del signo de la pendiente) en el eje **y**.

En este caso avanzó 1 unidad en el eje **x**, y voy a subir 2 unidades en el eje **y**.

- **Importante:** El denominador de la fracción nos indica cuantas unidades avanzar sobre el eje **x**, debemos deslizarnos siempre hacia la derecha.



Paso 4: trazar la recta a partir de los puntos marcados.



Punto A: (0;1)

Punto B: (1;3)

Cuando la pendiente es positiva ($m > 0$) como en este caso, la función es creciente.

Al observar la recta vemos que esta va hacia arriba debido a que cuando aumentan los valores de x los valores de y también lo hacen.

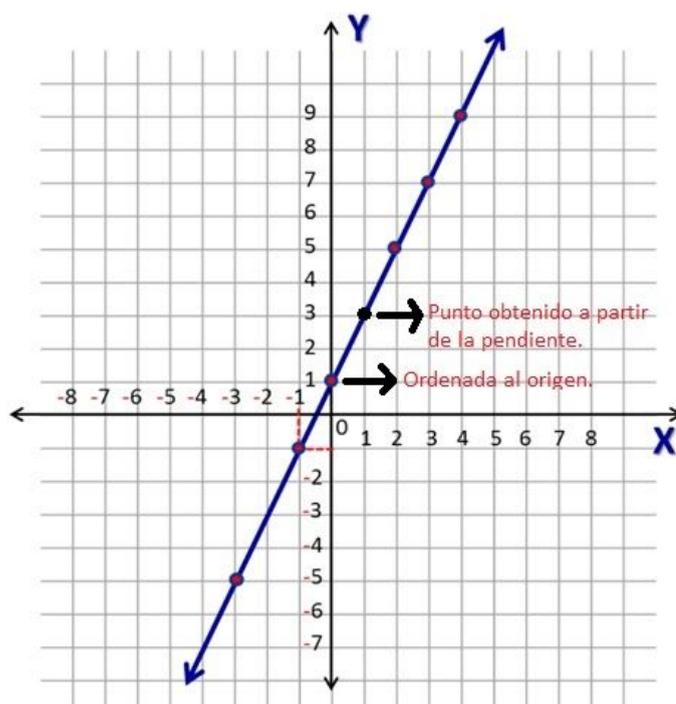
Observando la gráfica realizada usando la tabla de valores podemos ver reflejado en la recta la ordenada al origen y el punto obtenido a partir de la pendiente que utilizamos en el otro método.

Por lo tanto el método que desees utilizar para graficar este tipo de funciones es indistinto ya que la recta resultante es la misma.

$$y = 2x + 1$$

x	y
---	---

-3	-5
-1	-1
0	1
2	5
3	7
4	9



Veamos otro ejemplo:

Ejemplo en formato audiovisual:

<https://youtu.be/5XSmjOQZra4>

En formato escrito:

Grafiquemos la recta: $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

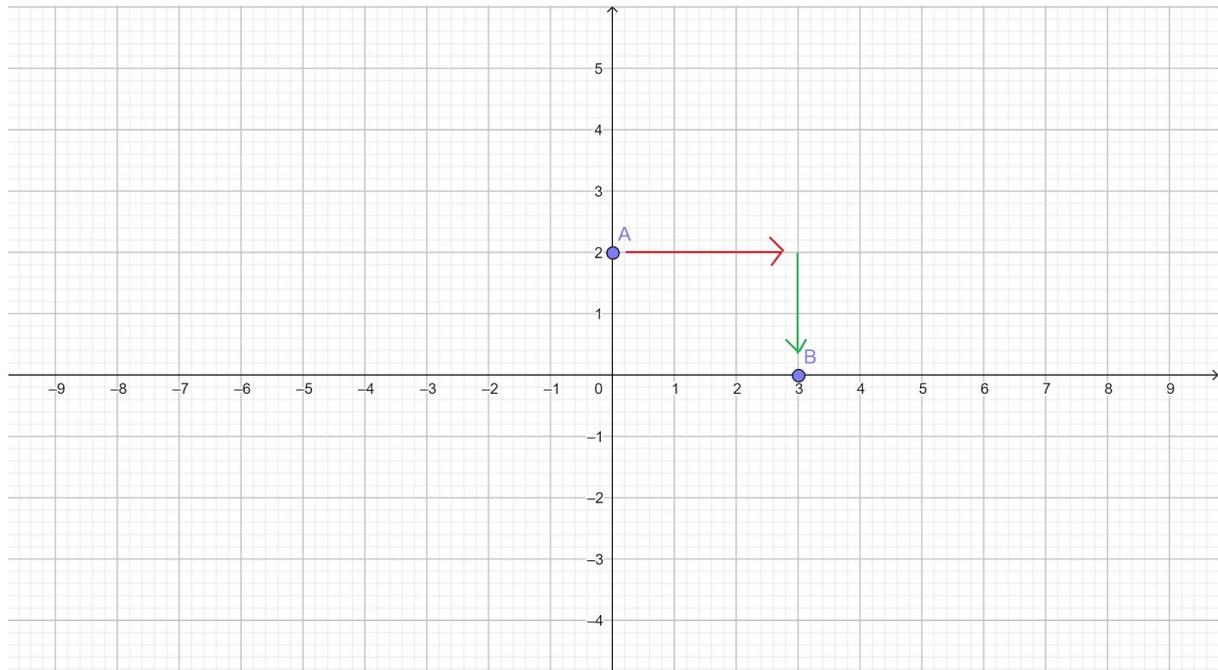
Repetimos los pasos mencionados en el ejemplo anterior:

Pendiente: $m = -\frac{2}{3}$. Ordenada al origen: $b = 2$

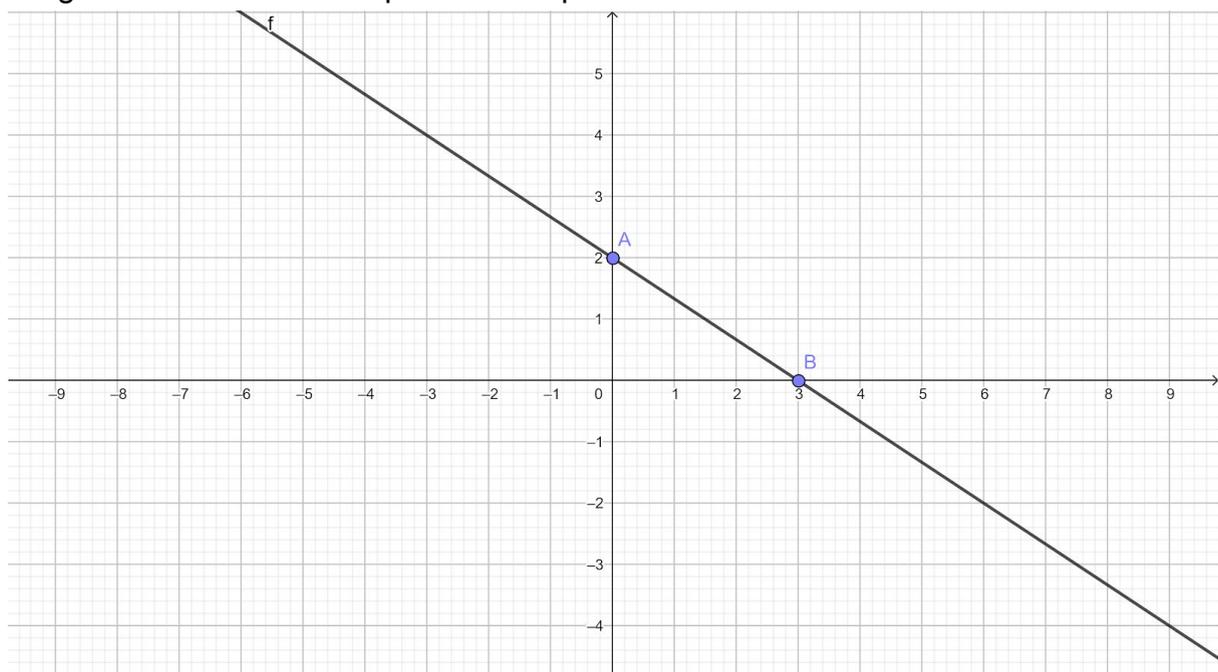
En este caso vemos que la pendiente es $-\frac{2}{3}$. ¿Cuántas unidades hay que desplazarse hacia la derecha?

Hay que desplazarse tres unidades.

Al ser negativa la pendiente debemos bajar las unidades que nos indica el numerador.



Luego trazamos la recta a partir de los puntos marcados:



Punto A: (0;2)

Punto B: (3;0)

En este caso la pendiente es negativa ($m < 0$) por lo que podemos observar una función decreciente. La recta va hacia abajo debido a que a medida que aumentan los valores de x , disminuyen los valores de y .

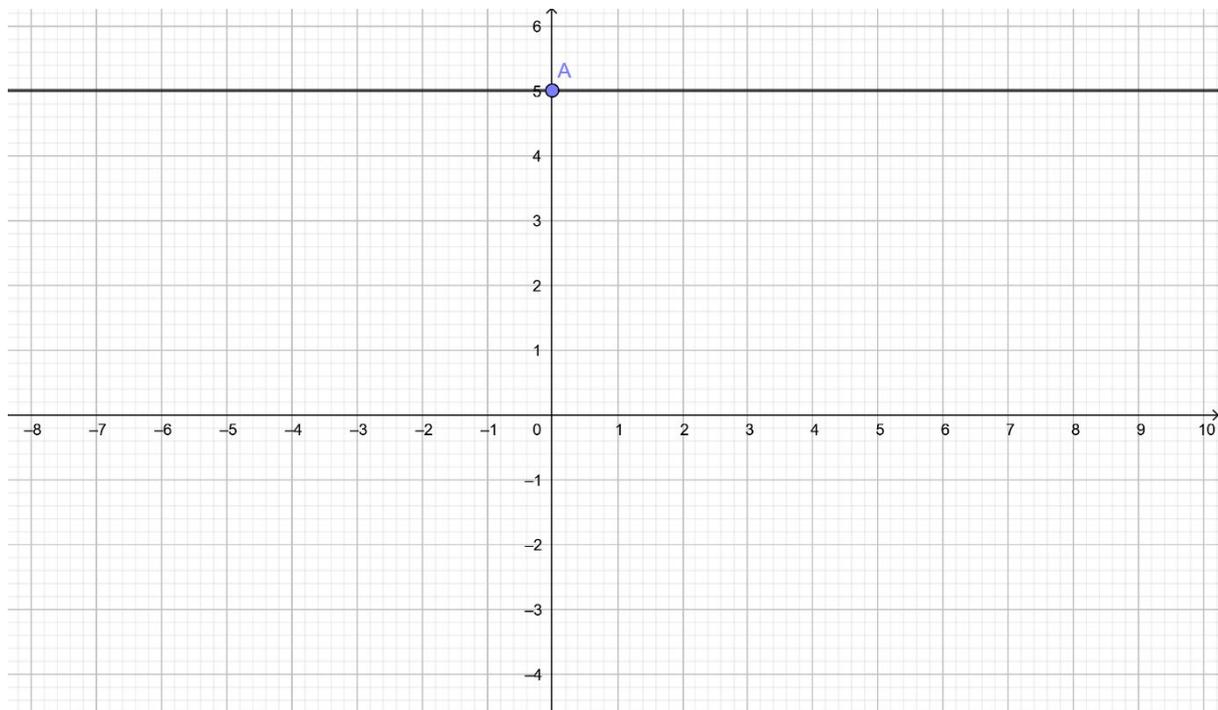
Esos fueron dos ejemplos de función lineal cuando tenemos pendiente positiva o negativa. Pero ¿Qué pasa si no tenemos pendiente?

Ejemplo: $y = 5$

En este caso la función no tiene pendiente, lo que significa que la recta no tiene inclinación.

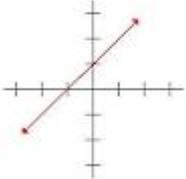
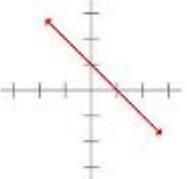
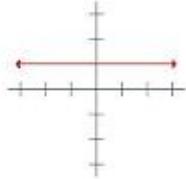
Una función de la forma $f(x) = b$, donde “ b ” es una constante, se conoce como una función constante.

Su gráfica nos representa una recta horizontal:



Punto A: (0; 5)

En la siguiente imagen podrás observar de manera comparativa la gráfica de los tres tipos de funciones descritos.

$m > 0$	$m < 0$	$m = 0$
		
Función Creciente	Función Decreciente	Función Constante

Luego de visualizar los ejemplos realiza las siguientes actividades a modo de práctica:

- Marque con una cruz las fórmulas que corresponden a una función lineal.
 - $y = 2x + 5$
 - $f(x) = 3 + 5x^2$
 - $y = x$
 - $y = x^3$
 - $f(x) = -7$
- Graficar las funciones lineales que marcaste como correspondientes en el punto 1.
- Indiquen los valores de la pendiente y de la ordenada al origen en las siguientes rectas.
 - $y = 2 - x$
 - $y = 3x - 1$
 - $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
 - $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

Reflexionemos y sigamos adelante: como pudiste observar conociendo la pendiente y la ordenada al origen de las funciones lineales podemos realizar su gráfica; pero en caso de tener la gráfica solamente ¿Podemos determinar su ecuación?

Explicación en formato audiovisual:

<https://youtu.be/9Tf91ynq7JQ>

Explicación en formato escrito:

Si, podemos construir la ecuación de una recta, solo necesitamos un poco de información:

- Dos puntos por donde pasa la recta.
- Un punto por donde pasa y la pendiente de la recta.

Construcción de la ecuación de una recta conociendo un punto (x_1, y_1) y la pendiente (m) :

Supongamos que tenemos como datos la pendiente $m = 3$ y el punto $p(2; 1)$

La siguiente fórmula permite encontrar la ecuación de la recta:

$y - y_1 = m (x - x_1)$ Esta fórmula se llama ecuación punto pendiente.

Reemplazando el valor de "m" y "p" en la fórmula obtenemos:

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$y - 1 = 3 (x - 2) \text{ (propiedad distributiva)}$$

$$y - 1 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 6 + 1 \text{ (despejamos "y")}$$

$$y = 3x - 5$$

En conclusión, llegamos a la ecuación de la recta con pendiente $m = 3$ y ordenada al origen $b = -5$

Construcción de la ecuación de una recta conociendo dos puntos de ella:

En este caso vamos a encontrar la ecuación de la recta a partir de dos puntos.

Lo primero que debemos hacer es calcular la pendiente; la siguiente fórmula nos permite encontrar el valor de la misma: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Sigamos con un ejemplo: Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (5;2) y B (3;6).

Identifico qué valores nos representan x_1 ; x_2 ; y_1 ; y_2 para reemplazar en la fórmula:

$$x_1 = 5 \quad y_1 = 2$$

$$x_2 = 3 \quad y_2 = 6$$

$$\text{Reemplazando en la fórmula y resolviendo: } m = \frac{6-2}{3-5} = -\frac{4}{2} = -2$$

Como resultado la pendiente es -2 .

¿Cómo encontramos la ecuación de la recta a partir de ahora?

Debemos reemplazar en la fórmula punto pendiente desarrollada anteriormente:

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$y - 2 = -2 (x - 5) \text{ (propiedad distributiva)}$$

$$y - 2 = -2x + 10$$

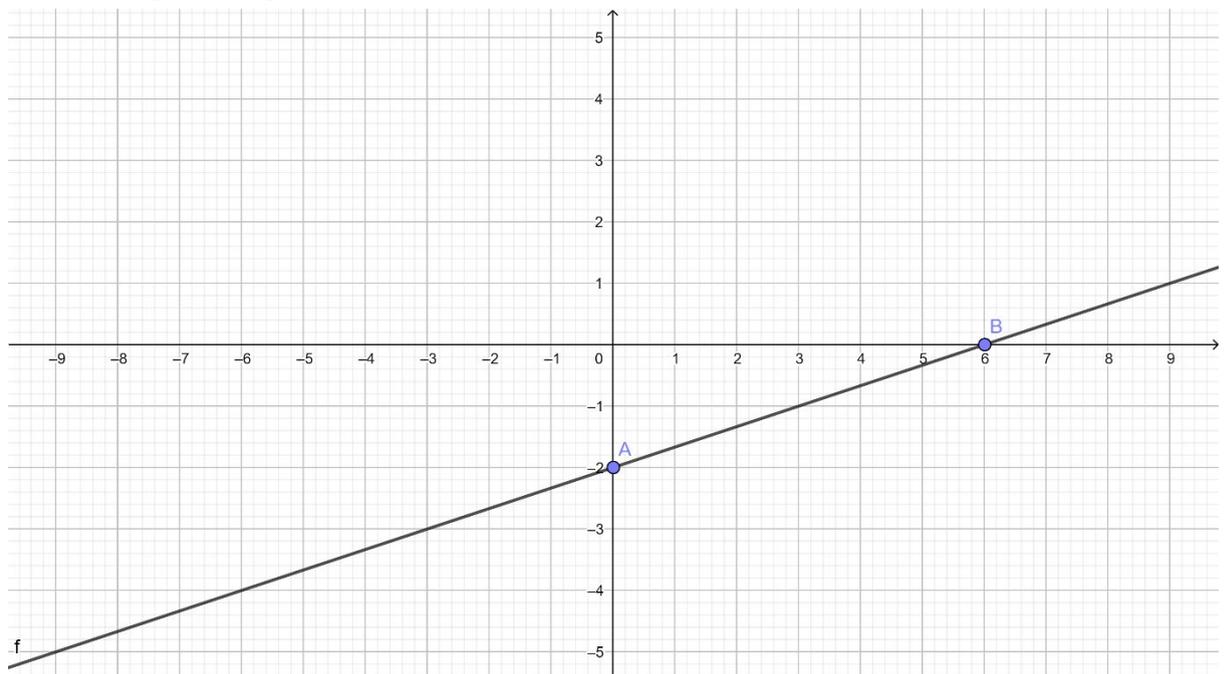
$$y = -2x + 10 + 2 \text{ (despejamos "y")}$$

$$y = -2x + 12$$

En conclusión, llegamos a la ecuación de la recta con pendiente $m = -2$ y ordenada al origen $b = 12$

Realiza las siguientes actividades:

1. a) Consiga la ecuación de la recta que pasa por los puntos (3; 5) y (5;1).
b) Graficar la función.
2. Hallar la ecuación de la recta con pendiente -3 y que pasa por el punto (2; -2).
3. Dada la siguiente gráfica, encuentra la ecuación de la recta.



Fecha de entrega 13/11/2020.

E-mail: clarissaduro1@gmail.com

Whatsapp: 3435046679

Les compartimos algunas fechas importantes a tener en cuenta del **24 al 27/11** se

hará la *Entrega Último Informe Evaluativo a Estudiantes y Familias*, ahí se verá reflejada tu condición en cada una de las materias por lo que debes tratar de ponerte al día hasta el 20 de noviembre, si no lo lograste del **30/11 al 23/12** será la *Primera Instancia de recuperación de la trayectoria escolar* para aquellos que no hayan cumplido con todo lo solicitado desde las materias.

Comunícate con tu profesor para ver qué necesitas entregar para estar al día.