



Esta semana nos toca encontrarnos nuevamente fuera del aula, pero con el acompañamiento necesario desde la virtualidad. En esta oportunidad les traigo una propuesta donde deberán leer el **Capítulo 5: La criba de Eratóstenes** del libro **"Malditas matemáticas. Alicia en el país de los números"**, cuyo autor es **Frabetti, C. (2008)**

La criba de Eratóstenes

— ¿Cómo se puede cribar números? —quiso saber Alicia. —De la forma en que lo hizo el gran sabio griego Eratóstenes en el siglo III a.C. Para que lo veas, vamos a aplicar su criba a los números del uno al cien —dijo Charlie, rebuscando en los bolsillos de su anticuada chaqueta y sacando un lápiz mordisqueado. Se inclinó sobre el inconsciente Cero y empezó a escribir números en la blanca superficie de su anverso. Al cabo de unos minutos, había completado la lista de los cien primeros números. — ¿Y ahora qué? —preguntó la niña. —Ahora vamos a cribarlos de manera ordenada, o sea, empezando por el principio. El 1 lo dejamos aparte porque es un número muy singular... —Y tan singular —comentó Alicia—. Bien mirado, es el único número realmente singular. Todos los demás son plurales. —Muy cierto. Por eso no se incluye en la lista de los primos, que, como sabes, sólo son divisibles por sí mismos y por la unidad. Pero en el caso del 1 «sí mismo» y «la unidad» son una misma cosa, por lo que, en cierto modo, es aún menos que primo. —Vale. Pasamos del 1. —Y al pasar del 1 llegamos al 2. El 2 es evidentemente primo, ya que no tiene ningún divisor, así que lo marcamos rodeándolo con un circulito. Es, por cierto, el único primo par; todos los demás primos son impares, ya que los pares son divisibles por 2. Y esto nos indica cuál ha de ser nuestro primer golpe de criba: eliminar todos los pares menos el 2. Para eso vamos tachando los números de la lista de dos en dos a partir del 2. —Esto elimina la mitad de los números —comentó Alicia. —Así es. Ahora pasamos al siguiente, el 3; lo rodeamos con otro circulito y eliminamos de la lista todos sus múltiplos, que van de tres en tres. —Ya veo. A continuación hacemos lo mismo con el 4.

—No hace falta —replicó Charlie—, porque ya lo hemos eliminado como múltiplo de 2, y todos los múltiplos de 4 lo son también de 2. Pasamos al siguiente número no tachado, que es el 5...

—Lo rodeamos con un circulito y tachamos todos los múltiplos de 5, que van de cinco en cinco —concluyó Alicia.

—Exacto. La mitad de los múltiplos de 5 ya los habíamos tachado: son los terminados en 0, que son también múltiplos de 2. Sigamos...

—El 6 ya está tachado; dos veces, además.

—Claro, porque es a la vez múltiplo de 2 y de 3. Así que pasamos al 7. Lo marcamos y tachamos todos sus múltiplos.

—Que van de siete en siete.

—Y ya está nuestra criba. Todos los que quedan sin tachar son primos.

— ¿Por qué nos paramos en el 7? —preguntó Alicia—. ¿No deberíamos seguir con el 11, que es el siguiente número sin tachar?

—No hace falta —contestó Charlie—. Como $100 = 10 \times 10$, cualquier número menor de 100 que tenga 11 como divisor tendrá otro divisor menor de 10; por lo tanto, los múltiplos de 11 ya los hemos tachado: el 22, el 44, el 66 y el 88, al tachar los múltiplos de 2; el 33, el 66 (otra vez) y el 99, al tachar los múltiplos de 3; el 55, al tachar los múltiplos de 5, y el 77, al tachar los de 7. Bien, marquemos con un circulito los que se han salvado de la criba... Ahí tienes los veinticinco primeros números primos, los menores de 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
⑪	12	⑬	14	15	16	⑰	18	⑲	20
21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30
⑳	32	33	34	35	36	㉒	38	39	40
④	42	④	44	45	46	④	48	49	50
51	52	⑤	54	55	56	57	58	⑤	60
⑥	62	63	64	65	66	⑥	68	69	70
⑦	72	⑦	74	75	76	77	78	⑦	80
81	82	⑧	84	85	86	87	88	⑧	90
91	92	93	94	95	96	⑨	98	99	100

—Decías que no había ningún orden en los números primos, pero las líneas de las tachaduras son muy ordenadas —comentó Alicia.

—Porque en los números compuestos sí que hay orden: podemos agruparlos según sean múltiplos de 2, de 3... Por cierto, esas líneas vienen a ser como una tabla de multiplicar: en las rayas verticales tienes las tablas del 2, del 5 y del 10; en las oblicuas, la del 3 y la del 9...

—No me hables de la tabla de multiplicar, la detesto. Las sumas me gustan, pero las multiplicaciones son odiosas.

—No te pueden gustar las sumas y disgustarte las multiplicaciones —objetó Charlie.

—¿Cómo que no? ¿Vas a decirme a mí lo que me puede gustar y lo que no?

—¿Te gusta el chocolate? —preguntó el escritor, aparentemente cambiando de tema.

—Mucho —contestó Alicia.

—¿Y los bombones?

—Pues claro, ¿cómo no me van a gustar? Los bombones son chocolate.

—Y las multiplicaciones son sumas. Por lo tanto, si te gustan las segundas, no pueden disgustarte las primeras.

—No me lées. Reconozco que no sé casi nada de mates (ni ganas), pero puedo distinguir entre una suma y una multiplicación.

—Vamos a ver, ¿qué significa 3×4 ?

—La tabla del 3 me la sé: $3 \times 4 = 12$.

—No te he preguntado cuánto da 3×4 , sino qué quiere decir —precisó Charlie.

—¿Qué quiere decir «qué quiere decir»?

—Buena pregunta. Tal vez esa que acabas de hacerme sea la pregunta básica de la filosofía; o, al menos, de la epistemología...

—Me estás liando cada vez más.

—Perdona, a veces me pongo a divagar sin darme cuenta. Lo que quiero decir es que 3×4 significa tres veces cuatro, o sea, $4 + 4 + 4$: una multiplicación es una suma, y, además, una suma más sencilla que las otras, pues todos sus sumandos son iguales.

—No se me había ocurrido mirarlo de ese modo —reconoció Alicia.

—Por eso no te gustan las matemáticas. Porque no se te ha ocurrido mirarlas de ese modo.

— ¿Y cuál es ese modo?

—Tú sabrás. Has dicho que no se te ha ocurrido mirarlo de ese modo.

— ¡Acabas de decirlo tú!

—Yo acabo de decirlo, pero tú lo has dicho antes. Alicia empezaba a hacerse un lío y no sabía qué replicar, lo cual le daba mucha rabia. Pero en eso volvió en sí Cero, y al ver los números escritos en su anverso a punto estuvo de desmayarse de nuevo.

— ¡Estoy perdido! —exclamó—. ¡Tengo la tripa llena de números! ¡Ya no seré el Cero, y la Reina me degradará!

—No te preocupes, que yo también tengo mi arma aniquiladora —lo tranquilizó Charlie; tras rebuscar en sus bolsillos, sacó una goma y empezó a borrar las cifras y las líneas de la superficie del hombre naípe. Al cabo de unos minutos, Cero se levantó, se sacudió nerviosamente las partículas de goma y, a continuación, examinó con aprensión su blanco anverso.

—Menos mal —dijo aliviado—, vuelvo a ser yo, es decir, nada. Y ahora será mejor que me vaya, antes de llegar a ser todavía menos.

— ¿Cómo se puede ser menos que nada? —preguntó Alicia, mientras Cero se marchaba corriendo, sin ni siquiera despedirse.

—Muy fácil. Por ejemplo, tú ahora no tienes ninguna manzana...

—No, y no podría tener menos que ninguna.

—Sí que podrías. Porque si alguien te diera media docena de manzanas, tendrías seis; pero si me debieras a mí dos manzanas, tendrías que devolvérmelas y sólo te quedarían cuatro. Así que deber dos manzanas es menos que no tener ninguna: es como si tuvieras dos manzanas negativas, o sea, -2 . Por eso hay números positivos y negativos.

—Mi retraso sí que es negativo —dijo al pasar a su lado un curioso personaje al que no habían visto acercarse. Era un conejo blanco; mejor dicho, el Conejo Blanco. Llevaba una chaqueta a cuadros y un elegante chaleco, de cuyo bolsillo derecho sacó un reloj de oro sujeto a una larga cadena. Se detuvo un momento para mirar la hora, y acto seguido echó a correr hacia el laberinto.



ACTIVIDADES

1. Eratóstenes (III a de C.) además, de realizar la criba de los números primos, es muy importante por un gran descubrimiento ¿cuál fue?
2. ¿Qué midió por primera vez Eratóstenes con bastante exactitud, relacionado con la tierra? ¿Cómo lo hizo?
3. También se atribuye a Eratóstenes la invención de la Esfera Armilar. ¿Qué es una esfera armilar?
4. ¿A qué llamamos número primos? Da ejemplos
5. Nosotros utilizaremos los números primos para descomponer los números en factores de este tipo. Averigua ¿cómo se descompone un número en sus factores primos? Ejemplifica.

